

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра економічної кібернетики та прикладної економіки

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної
роботи

_____ А.В. Пантелеймонов

“ _____ ” _____ 20__ р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Вища математика

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) _____

галузь знань _____ 05 «Соціальні та поведінкові» _____

спеціальність _____ 051 Економіка _____

освітня програма _____ Економічна кібернетика _____

вид дисципліни _____ обов'язкова _____

факультет _____ економічний _____

2018 / 2019 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою економічного факультету

« 22 » червня 2018 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: Сергій Іванович Забуга, к.е.н. доцент, доцент кафедри економічної кібернетики та прикладної економіки

Програму схвалено на засіданні кафедри економічної кібернетики та прикладної економіки

Протокол від « 11 » червня 2018 року № 11

Завідувач кафедри економічної кібернетики та прикладної економіки

_____ Меркулова Т.В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією економічного факультету

Протокол від « 21 » червня 2018 року № 9

Голова методичної комісії економічного факультету

_____ Євтушенко В.А.
(підпис) (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Вища математика” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

_____ перший (бакалаврський)
(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)
спеціальності _____ 051 Економіка
освітня програма _____ Економічна кібернетика

1. Опис навчальної дисципліни

Предметом вивчення навчальної дисципліни є фундаментальні положення векторної алгебри, аналітичної геометрії, системи лінійних рівнянь, математичного аналізу.

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни є:

- ознайомити студентів з основами математичного апарату, необхідного для розв'язку теоретичних та практичних задач економіки;
- привити студентам навички самостійно вивчати літературу з математики;
- розвинути логічне та алгоритмічне мислення;
- виховати вміння абстрагувати та строго викладати свої думки;
- виробити у студентів навички до математичного дослідження прикладних питань та вміння перекласти економічну задачу на математичну мову;
- дати необхідну підготовку для вивчення інших дисциплін математичного циклу.

1.2. Основні завдання вивчення дисциплін є вивчення основних понять, положень та ключових теорем, формування математичної бази з метою формалізації економічних задач та оволодіння математичними методами їх розв'язання.

1.3. Кількість кредитів – 14

1.4 Загальна кількість годин – 420

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	1-й
Семестр	
1-й, 2-й	1-й, 2-й
Лекції	
96 год.	12 год.
Практичні, семінарські заняття	
96 год.	12 год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
228 год.	396 год.
Індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

Компетентності:

1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
3. Здатність описувати економічні та соціальні процеси і явища на основі теоретичних та прикладних моделей, аналізувати і змістовно інтерпретувати отримані результати;
4. Здатність застосовувати економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач.

Результати:

1. Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач;
2. Застосовувати набуті теоретичні знання для розв'язання практичних завдань та змістовно інтерпретувати отримані результати;
3. Вміння застосовувати методи та моделі прогнозування соціально-економічних процесів.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Значення математики для економічної науки. Поняття економіко-математичної моделі.

Розділ 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія.

Тема 1. Векторна алгебра. Поняття вектора та його геометрична інтерпретація. $\vec{a} = 0$, $\vec{a} = \vec{b}$, \overline{AB} . Лінійні дії над векторами: $k\vec{a}$ (колінеарні вектори), $\vec{a} \pm \vec{b}$. Поділ відрізка в заданому відношенні.

Лінійна комбінація векторів. Поняття про лінійну залежність на лінійну незалежність множини векторів.

Скалярний добуток векторів та його властивості. Довжина вектора. Кут між векторами. Ортогональність векторів.

Векторний та змішаний добуток векторів в R_3 . Площа паралелограма та трикутника. Об'єм паралелепіпеда та піраміди. Умова компланарності векторів.

Тема 2. Аналітична геометрія на площині. Поняття рівняння лінії в явній, неявній та параметричній формі. Перетин ліній.

Пряма. Рівняння прямої: яка проходить через дві точки, з кутовим коефіцієнтом, загальне, нормальне, у відрізках на осях. Кут між двома прямими. Умова паралельності та перпендикулярності прямих. Рівняння прямої яка проходить через задану точку в заданому напрямі. Відстань точки від прямої. Рівняння відрізка.

Напівплощина. Лінійні нерівності. Поняття опуклої множини.

Криві другого порядку (коло, еліпс, гіпербола, парабола).

Тема 3. Аналітична геометрія в просторі. Поняття рівняння поверхні та лінії (в явній, неявній та параметричній формі).

Площина. Рівняння площини: яка переходить через задану точку, загальне, нормальне, у відрізках. Відстань від точки до площини. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності площин.

Пряма. Рівняння прямої: загальні, канонічні та параметричні. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Перетин двох прямих.

Основні задачі на пряму та площину (перетин прямої з площиною, кут між прямою та площиною, умова паралельності та перпендикулярності прямої і площини.

Поверхні другого порядку (сфера, еліпсоїд, гіперболоїди, параболоїди).

Гіперплощина, напівпростір та пряма в n -вимірному просторі.

Розділ 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 1. Матриці та визначники. Поняття матриці. Технологічна матриця. Види матриць (прямокутні, квадратні, трикутні, діагональні). Дії над матрицями (A^T , $A=B$, kA , $A \pm B$, $A \cdot B$) та їх властивості. Поняття оберненої матриці. Власні числа та власні вектори квадратної матриці. Поняття квадратичної форми та її матриці.

Визначники (детермінанти) квадратної матриці та їх властивості. Мінори та алгебраїчні доповнення елементів квадратної матриці.

Розкладання визначників по рядку або стовпцю. Обчислення визначників методом зниження порядку. Умова існування оберненої матриці.

Мінори k -го порядку. Ранг матриці. Теорема про базисний мінор. Елементарні перетворення матриці. Еквівалентні матриці.

Тема 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Основні поняття та форми запису СЛАР. Необхідна і достатня умова сумісності СЛАР (теорема Кронекера-Капеллі). Ров'язання СЛАР методом повного виключення. Загальний, частинний та базисний розв'язки СЛАР. Табличний варіант метода повного виключення. Формули повного виключення.

Використання методу повного виключення: а) обчислення визначників; б) перевірка на лінійну залежність множини векторів; в) обчислення рангу матриці; г) розв'язок кількох СЛАР з однаковими матрицями системи; д) знаходження оберненої матриці; е) знаходження власних векторів матриці.

Тема 3. Ранг та базис n -вимірного простору, його підпросторів та множин. Основні твердження щодо множин векторів в n -вимірному просторі. Ранг та базис множини векторів. Розкладання векторів множини по вибраному базису множини. Поняття підпростору n -вимірного простору. Приклади підпросторів. Вимірність (ранг) та базис підпростору та n -вимірного простору.

Розділ 3. Комплексні числа, многочлени та раціональні дроби.

Тема 1. Комплексні числа. Поняття уявної одиниці та комплексного числа. Спряжені комплексні числа. Геометричне зображення комплексного числа. Дії над комплексними числами

($z_1 = z_2$, $z = 0$, cz , $z_1 \pm z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $z \cdot \bar{z}$, $\frac{z_1}{z_2}$) та їх властивості.

Тригонометрична форма комплексного числа. Модуль, аргумент, множення та ділення комплексних чисел в тригонометричній формі. Формула Муавра.

Показникова форма комплексного числа. Формули Ейлера. Корені n -го степеня з комплексного числа.

Тема 2. Многочлени та раціональні дроби. Поняття многочлена (цілої раціональної функції) однієї невідомої. Дії над многочленами: $P_n(x) = G_n(x)$, $cP_n(x)$, $P_n(x) \pm P_m(x)$, $P_n(x) \cdot P_m(x)$, $\frac{P_n(x)}{P_m(x)}$. Раціональний дріб, ціла частина, залишок. Поняття

кореня многочленна. Основна теорема алгебри та її наслідки. Теорема В'єта. Корені многочленна з дійсними коефіцієнтами, та його представлення в вигляді добутку степенів многочленів першого та другого степенів з дійсними коефіцієнтами. Інтерполяційний многочлен Лагранжа.

Найпростіші (елементарні) раціональні дроби. Розкладання правильного раціонального дроби на суму елементарних дробів.

Розділ 4. Множини та послідовності.

Тема 1. Елементи теорії множин. Поняття множини. Дії над множинами. Відображення множин. Відображення “в” і “на”. Поняття потужності множини. Зчислені множини. Зчисленність множини раціональних чисел. Поняття множини потужності континуум. Підмножини множини дійсних чисел. Верхня і нижня межі (грані) множини. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі. Поняття ε -околу точки. Поняття граничної точки числової множини. Поняття відкритої та замкненої множини.

Тема 2. Границя числової послідовності. Поняття числової послідовності. Обмежені, необмежені, нескінченно великі та нескінченно малі числові послідовності. Основні властивості нескінченно малих числових послідовностей. Поняття границі числової послідовності. Єдиність границі. Збіжні послідовності та їх основні властивості (основні властивості границь). Граничний перехід в нерівностях. Існування границі у монотонної послідовності. Число “e”. Поняття граничної точки числової послідовності. Верхня і нижня межі (грані). Теорема Больцано-Вейерштрасса. Поняття фундаментальної послідовності. Критерій Коші.

Розділ 5. Границя та неперервність функції.

Тема 1. Границя функції. Поняття функції та способи її задання (аналітичний, графічний, табличний). Поняття про обернену та складену функції. Елементарні функції та їх графіки.

Два означення границі функції (Коші та Гейне) та їх еквівалентність. Односторонні границі. Критерій Коші. Властивості границь функцій. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій. Дві чудові границі.

Тема 2. Неперервність функції. Означення неперервної функції. Точки розриву та їх класифікація. Арифметичні дії над неперервними функціями. Неперервність складеної функції. Неперервність елементарних функцій. Теореми Вейерштрасса та Коші. Теорема про існування та неперервність оберненої функції. Поняття рівномірної неперервності. Теорема Кантора.

Розділ 6. Диференціальне числення.

Тема 1. Похідна та диференціал. Означення похідної. Одnobічні (односторонні) похідні. Поняття диференційовності функції. Неперервність диференційовної функції. Поняття диференціала. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної та диференціала. Диференціювання складеної та оберненої функцій. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна функції, заданої параметрично. Диференціювання суми, добутку та частки функцій. Похідні елементарних функцій. Логарифмічна похідна. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбниця.

Тема 2. Основні теореми про диференційовні функції. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Правила Лопітала. Формула Тейлора (Маклорена). Форми залишкового члену формули Тейлора. Розкладання по формулі Маклорена деяких елементарних функцій. Застосування формули Маклорена для наближеного обчислення значень елементарних функцій.

Тема 3. Дослідження функцій та побудова графіків. Ознаки зростання та спадання функції. Поняття локального та глобального екстремуму. Необхідні та достатні умови локального екстремуму. Приклади дослідження економічних задач. Опуклість графіка функцій. Точки перегину. Асимтоти. Побудова графіків функцій.

Розділ 7. Інтегральне числення.

Тема 1. Невизначений інтеграл. Поняття примітивної (первісної) функції та невизначеного інтеграла. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних

інтегралів. Методи інтегрування (заміна змінної, інтегрування частинами, інтегрування раціональних дробів, інтегрування найпростіших ірраціональних та трансцендентних функцій).

Тема 2. Визначений інтеграл. Поняття визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегровності функції. Верхня та нижня інтегральні суми Дарбу. Основна лема Дарбу. Необхідна та достатні умови інтегровності. Інтегровність неперервної функції, монотонної обмеженої функції, функції з скінченним числом точок розриву. Геометричний та економічний зміст визначеного інтеграла. Властивості визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Методи обчислення визначеного інтеграла (заміна змінної, інтегрування частинами). Наближене обчислення визначених інтегралів. Застосування визначеного інтеграла.

Тема 3. Невластні інтеграли. Поняття невластних інтегралів першого та другого роду. Ознаки порівняння. Головне значення.

Розділ 8. Ряди.

Тема 1. Числові ряди. Поняття числового ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Властивості рядів, пов'язані зі збіжністю ряду. Критерій Коші. Знакосталі (знакопостійні) ряди. Ознака порівняння рядів. Ознаки збіжності Даламбера та Коші. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца. Абсолютно та умовно збіжні ряди.

Тема 2. Функціональні послідовності і ряди. Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Збіжність та рівномірна збіжність функціональних послідовностей і рядів. Критерій Коші рівномірної збіжності послідовностей і рядів. Ознаки рівномірної збіжності. Властивості рівномірно збіжних послідовностей і рядів.

Степеневі ряди. Теорема Коші-Адамара. Радус збіжності. Почленне диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Розкладання функцій в степеневі ряди. Розкладання в ряд Маклорена основних елементарних функцій.

Розділ 9. Звичайні диференціальні рівняння.

Тема 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку. Поняття диференціального рівняння першого порядку. Поняття загального та частинного розв'язку. Диференціальні рівняння з роздільними змінними, лінійні. Теорема існування та єдиності розв'язку рівняння $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$. Ламані Ейлера. Поняття про чисельні методи розв'язку звичайних диференціальних рівнянь (методи Ейлера і Рунге-Кутта).

Тема 2. Звичайні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок однорідного рівняння. Загальний розвиток неоднорідного рівняння. Неоднорідні рівняння зі спеціальними правими частинами.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія												
Тема 1. Векторна алгебра.	20	6	4			10	19	1				18

Тема 2. Аналітична геометрія на площини	15	4	4			8	19		1			18
Тема 3. Аналітична геометрія в просторі	15	4	4			6	19		1			18
Разом за розділом 1	50	14	12			24	57	1	2			54
Розділ 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь												
Тема 1. Матриці та визначники	16	5	3			8	19	1				18
Тема 2. Системи лінійних рівнянь	23	5	6			12	19	1				18
Тема 3. Ранг та базис n-вимірного простору, його підпросторів та множин.	11	2	3			6	19		1			18
Разом за розділом 2	50	12	12			26	57	2	1			54
Розділ 3. Комплексні числа, многочлени та раціональні дроби												
Тема 1. Комплексні числа.	11	2	2	-		4	19	1				18
Тема 2. Многочлени та раціональні дроби.	13	2	2			6	19		1			18
Разом за розділом 3	24	4	4			10	38	1	1			36
Розділ 4. Множини та послідовності												
Тема 1. Елементи теорії множин.	17	4	2			9	19		1			18
Тема 2. Границя числової послідовності	19	6	6			17	19	1				18
Разом за розділом 4	36	10	8			26	38	1	1			36
Розділ 5. Границя та неперервність функції												
Тема 1. Границя функції	21	6	4			13	19	1				18
Тема 2. Неперервність функції	17	4	2			9	19		1			18
Разом за розділом 5	38	10	6			22	38	1	1			36
Розділ 6. Диференціальне числення												
Тема 1. Похідна та диференціал	25	6	6			14	19	1				18
Тема 2. Основні теореми про диференційовні функції	11	4	2			4	19		1			18
Тема 3. Дослідження функцій та побудова графіків	28	6	8			14	19	1				18
Разом за розділом 6	64	16	16			32	57	2	1			54

Розділ 7. Інтегральне числення												
Тема 1. Невизначений інтеграл	27	6	8			14	19		1			18
Тема 2. Визначений інтеграл	24	6	6			12	19	1				18
Тема 3. Невластиві інтеграли	9	2	2			4	19		1			18
Разом за розділом 7	60	14	16			30	57	1	2			54
Розділ 8. Ряди												
Тема 1. Числові ряди	23	4	6			13	20	1	1			18
Тема 2. Функціональні послідовності і ряди	23	4	6			13	19		1			18
Разом за розділом 8	46	8	12			26	39	1	2			36
Розділ 9. Звичайні диференціальні рівняння												
Тема 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку	28	4	6			13	20	1	1			18
Тема 2. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків	24	4	4			11	19	1				18
Разом за розділом 9	52	8	14			24	39	2	1			36
Усього годин	420	96	96			228	420	12	12			396

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Векторна алгебра.	4
2.	Аналітична геометрія на площині	4
3.	Аналітична геометрія в просторі	4
4.	Матриці та визначники	3
5.	Системи лінійних рівнянь	6
6.	Ранг та базис n -вимірного простору, його підпросторів та множин.	3
7.	Комплексні числа.	2
8.	Многочлени та раціональні дроби.	2
9.	Елементи теорії множин.	2
10.	Границя числової послідовності	6
11.	Границя функції	4
12.	Неперервність функції	2
13.	Похідна та диференціал	6
14.	Основні теореми про диференційовні функції	2
15.	Дослідження функцій та побудова графіків	8
16.	Невизначений інтеграл	8

17.	Визначений інтеграл	6
18.	Невласні інтеграли	2
19.	Числові ряди	6
20.	Функціональні послідовності і ряди	6
21.	Звичайні диференціальні рівняння першого порядку	6
22.	Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків	4

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Векторна алгебра	8
2.	Аналітична геометрія на площини	8
3.	Аналітична геометрія в просторі	8
4.	Матриці та визначники	6
5.	Системи лінійних рівнянь	10
6.	Ранг та базис n -вимірного простору, його підпросторів та множин.	8
7.	Комплексні числа.	10
8.	Многочлени та раціональні дроби.	10
9.	Елементи теорії множин.	10
10.	Границя числової послідовності	14
11.	Границя функції	10
12.	Неперервність функції	8
13.	Похідна та диференціал	8
14.	Основні теореми про диференційовні функції	8
15.	Дослідження функцій та побудова графіків	8
16.	Невизначений інтеграл	8
17.	Визначений інтеграл	10
18.	Невласні інтеграли	8
19.	Числові ряди	10
20.	Функціональні послідовності і ряди	10
21.	Звичайні диференціальні рівняння першого порядку	10
22.	Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків	8

6. Індивідуальні завдання

7. Методи контролю

1. Контроль на практичних заняттях.
2. Виконання контрольних та індивідуальних завдань.

8. Схема нарахування балів

На протязі семестру за виконання модульних та індивідуальних робіт, та за роботу на практичних заняттях студент може отримати до 60 балів. На екзамені (заліку) студент може отримати до 40 балів.

До екзамену (заліку) допускаються студенти, які виконали усі роботи і набрали не менше 30 балів.

Приклад для заліку

Поточний контроль та самостійна робота			Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 4		
20	20	20	40	100

Приклад для екзамену

Поточний контроль та самостійна робота				Разом	Екзамен	Сума
Розділ 6	Розділ 7	Розділ 8	Розділ 9	60	40	100
20	20	10	10			

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

9. Рекомендована література

Основна література

1. Вища математика. Базовий підручник для студентів вищих навчальних закладів / [Станжицький О. М.](#), [Пономаренко В.О.](#), [Плахотник В. В.](#) – Х.: «Фоліо», 2014. – 670 с.
2. Михайленко В. Г., Матряшин Н. П. Лінійна алгебра: навчально-методичний посібник для студентів економічних спеціальностей / В. Г. Михайленко, Н. П. Матряшин. – 3-е видання, доопрацьоване. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. – 120 с.
3. Михайленко В.Г., Свіщова Є.В. Лінійна алгебра: навчально-методичний посібник / В. Г. Михайленко, Є. В. Свіщова. – 2-ге видання, доопрацьоване. – Х.:ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2012. – 106 с.
4. Михайленко В.Г. Математичний аналіз: Навчальний посібник для студентів спеціальності економічна кібернетика. В 2-х частях. – [2-ге вид., доопрац.] – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2009-2010. – 191 с., 172 с.

5. Кудрявцев Л. Д. / Сборник задач по математическому анализу. Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. – М.: Наука, 1984. – 592 с., Т. 2. Интегралы. Ряды. – М.: Наука, 1986. – 528 с.
6. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. – М.: Наука, 1977. – 527 с.
7. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – 5-е изд. – М.: Наука, 1979. – 128 с.

Допоміжна література

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.— 10-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 304 с.
2. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры: учебное пособие – 2-е изд. - Лань, 2008. – 496 с.
3. *Ильин В. А.* Математический анализ / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1985 – Ч.1, 1987. – Ч. 2. – 357 с.
4. *Справочное* пособие по высшей математике. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Головач Г.П. Том 1. Математический анализ: введение в анализ, производная, интеграл / М.: Едиториал УРСС, 2001. - 360 с. Том 2. Математический анализ: ряды, функции векторного аргумента М.: Едиториал УРСС, 2003. - 234 с.
5. Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – М.: Наука, 1985. – 231 с.